

sato che la risoluzione generale del problema formulato nel titolo di questo scritto potrebbe essere di qualche giovamento. Oltre la sua applicazione alla teoria delle carte geografiche, essa mi sembrava promettere un nuovo metodo di calcolo geodetico, nel quale tutte le quistioni relative a triangoli formati da linee geodetiche sopra una superficie sarebbero ridotte a semplici quistioni di trigonometria piana.

Ma l'investigazione da me istituita in proposito mi ha condotto a riconoscere che il detto problema non ammette una risoluzione generale, e che il caso della proiezione centrale nella sfera è sostanzialmente il solo nel quale sia realizzabile la condizione prescritta.

La singolarità di questo risultato mi sembrò atta a giustificare la pubblicazione delle mie ricerche su questo soggetto, quantunque ne risulti dimostrata l'impossibilità di raggiungere pienamente lo scopo pel quale esse vennero iniziate.

## IL

Sieno  $x, y$  le coordinate rettilinee dei punti del piano, non importa se rettangolari od oblique;  $X, Y$  le coordinate curvilinee dei punti corrispondenti della superficie. Supposto che sia possibile soddisfare alle condizioni del problema, le  $x, y$  saranno legate alle  $X, Y$  da due relazioni

$$x = a(X, Y), \quad y = v(X, Y),$$

la natura delle quali dovrà esser tale che ad una retta qualunque del piano

corrisponda sulla superficie una linea geodetica. Ora l'equazione in coordinate curvilinee della curva corrispondente a questa retta è evidentemente

$$au(X, Y) - bv(X, Y) + c = 0;$$

bisognerà dunque che quest'equazione rappresenti una linea geodetica, ovvero che, riguardando le  $a, b, c$  come costanti arbitrarie, essa rappresenti l'integrale completo dell'equazione delle linee geodetiche.

Ma nulla impedisce di riguardare come coordinate curvilinee della superficie le stesse funzioni  $u(X, Y), v(X, Y)$ , anziché le  $X, Y$ . Quindi è chiaro che il nostro problema si riduce a trovare come e quando sia possibile integrare l'equazione delle linee geodetiche per mezzo della relazione lineare

$$au - bv = e = 0, \text{ o, ciò che torna allo}$$

stesso, come e quando l'equazione differenziale delle linee geo-